**Exercícios – BCC101**

**Entrega: 14/11/2019 até às 19 horas no Moodle**

**Nome**: Marcus Vinícius Souza Fernandes **Matrícula**: 19.1.4046

**Prove as sentenças abaixo**:

1. Para todo , é divisível por 3.

**Prova por Indução**:

**Caso Base:**

P(0) = (0³ - 0) = 0

3|0

Então P(0) é verdadeiro.

**Hipótese Indutiva:**

Suponha P(k) para algum k ∈ N

P(k) = k ³ - k

Passo Indutivo:

3| (k+1)³ - (k+1)

Seja a hipótese de indução (k+1)³ - (k+1)

= (k² +2k+1) (k+1) - (k+1)

= k³ + k² + 2k² + 2k + k + k + 1 - (k + 1)

= k³ + 3k² + 3k + 1 - k - 1

= k³ - k + 3k² + 3k

= 3a + 3k² + 3k

= 3 (a + k² + k)

**Prova por Indução**:

**Caso Base:**

P(0) = 2¹ - 1

P(0) = 2 - 1 = 1

**Hipótese Indutiva:**

Suponha P(k) para algum k ∈ N

P(k) = 2 k+1 − 1

**Passo Indutivo:**

2 + k+1 − 1 2 k+1

2 \* 2 k+1 − 1

2 k+2 − 1

1. A soma dos cubos de três números naturais consecutivos é sempre divisível por 9.

**Prova por Indução**:

**Caso Base:**

P(0): 9 / 9 = 0, portanto P(0) é verdade.

**Hipótese Indutiva:**

Suponha P(k) para algum k

P(k): k³ + (k+1)³ + (k+2)³ = 9 t, para t

**Passo Indutivo:**

P(k+1): (k+1)³ + (k+2)³ + (k+3)³ = 9 u, para u

**Temos que:**

(k+1)³ + (k+2)³ + (k+3)³ = 3 (k³ + 6k² + 13k + 12)

Como 9 u pode ser escrito na forma 3(T), sendo T , temos que

3 (k³ + 6k² + 13k + 12) pode ser também reescrito nesta forma, portanto temos que 3 (k³ + 6k² + 13k + 12) é divisível por 3 e por 9.

**Assim, a hipótese é verdadeira.**

1. Se então 133 divide .

**Prova por Indução**:

**Caso base:**

P(1): 11² + 12¹ = 121 + 12 = 133

**Hipótese Indutiva:**

Suponha P(n) para algum n

**P(k):**

+ = 133 x, para x

**Passo Indutivo:**

+ = 11 . + 12 .

= 11 . + 144 .

= 11 . + 11 . + 133 .

= 11 ( + ) + 133 .

= 11 . 133x + 133 .

= 133 (11x + )

**- Logo, a hipótese é verdadeira.**